

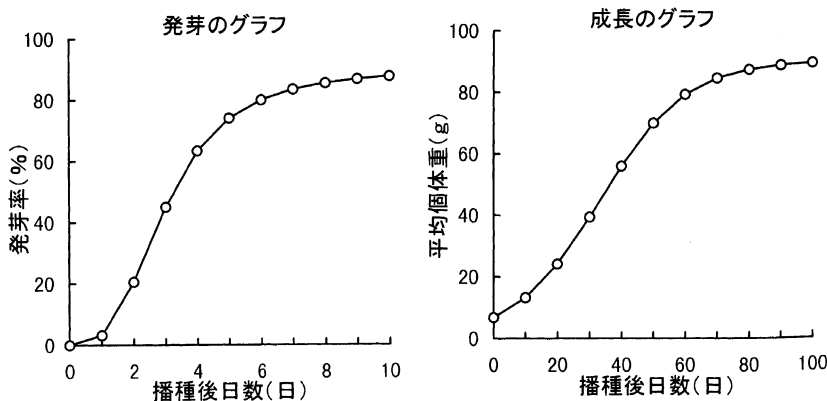
植物の発芽曲線と成長曲線

吉田 成俊

植物の生活や、化学物質が植物に与える影響などについて研究する場合に多く行われるのが発芽試験です。例えば、シャーレに100個の種子を置き、水分や温度などの条件を整えて毎日観察し、芽（幼根）が出ている種子の数を数えて記録していく、といった実験です。

発芽試験の結果は、たいてい左下のようなグラフで表示します。これによって、最終的にどれだけの種が発芽したかだけでなく、どれくらいの早さで発芽したか、またどれくらい一時期に集中して発芽したか、といったことが一目でわかります。しかし、実験結果が数字で示されていないので、数多くの実験結果を比較するには不便です。

このような折れ線グラフの発芽データを細かくとっていくとS字型の曲線になり、これを「発芽曲線」とよんでいます。一方、生物の成長の過程は右下のようなグラフで表され、やはりデータを細かくとっていくとS字型の曲線になります。こちらは「成長曲線」とよんでいます。成長曲線については、「数式のあてはめ」による分析が広く行われてきました。これについて、少し説明してみます。



発芽と成長の折れ線グラフの例

まず「 x_1 日目の重さが y_1 グラム、 x_2 日目の重さが y_2 グラム…」といった一連の成長実験データと、独立変数 x と従属変数 y の関係を表す式、例えば $y = ax^2 + bx + c$ のような式を準備します。ここで、係数 a 、 b 、 c の値を少しずつつかえていきながら、 x_1 、 x_2 …を式に代入して y の値を求め、観察された y_1 、 y_2 …と比較し、両者の誤差が最小になるような係数の値を探していきます（実際には計算がたいへんなので、コンピュータを用いて計算します）。こうして、対象となるデータに最適な係数を求めることが「数式のあてはめ」であり、これを行うことによって、観察データのない x に対して y の値を予測することや、係数の値（または、それから計算して得られる値）からそのデータの特徴を読みとったり、係数の比較を通して実験結果を比較したりすることが可能になります。ただし、 $y = ax^2 + bx + c$ のような式ではS字型の曲線を表現できないので、実際には、成長曲線にあてはめるために特別に考えられた数式を用います。代表的な成長曲線の式であるロジスチック式、

$$y = \frac{W}{1 + a \cdot \exp(-bx)}$$

（ただし、 x ：時間、 y ：個体重、 W 、 a 、 b ：係数。 \exp は指数関数）を成長実験のデータにあてはめて3つの係数の値を求めた場合、 W が最終の個体重を、 $w / (1 + a)$ が最初の個体重を、 b が成長の速さを表すことになります。そして、図のように発芽曲線と成長曲線がよく似ていることから、発芽曲線にもロジスチック式のような成長曲線の式を用いて分析しようという試みが行われています。

しかし、発芽曲線と成長曲線の性質が異なるため（例えば、実験を始めたときの発芽率は0ですが、個体重は0ではありません）、成長曲線の式を発芽曲線に使うことには無理があります。実際にあてはめてみても、データと数式の間には大きな誤差が生じたり、係数の意味が不明だったりして、うまくいかないことが多いようです。

そこで、発芽曲線を表すための数式として、つぎの式を提案したいと思います。

$$y = G [1 - \{(a x)^b + 1\}^{-1}]$$

(ただし、 x : 時間、 y : 発芽率、 G, a, b : 係数。 x^b は x の b 乗を、 x^{-1} は $1/x$ を表す)

この式は、以下のような性質を持っています。

- ① x を無限大に近づけていくと、 y は G に近づいていく。ゆえに、 G は最終発芽率である。
- ② $y = G/2$ となる x 、すなわち50%発芽所要時間 (Me : メジアンとよびます) は、 $1/a$ となる。したがって、 a が大きいほど早く発芽することになる。
- ③ r を1より大きい任意の数とすると、発芽した種子のうち、 $Me/r \sim Me \cdot r$ において発芽したものの割合 p は $(r^b - 1) / (r^b + 1)$ となる。したがって、 r が一定であれば、 b が大きいほど、 p も大きくなる。

発芽曲線の研究では、発芽特性として ①最終発芽率で表される発芽の多さ、②発芽の早さ、③発芽の集中度、の3つが重視されてきましたが、3つの係数 G, a, b は、これらの発芽曲線の主要な3要素に1対1対応していることになります。つまり、発芽試験のデータにこの式をあてはめて3つの係数の値を求めれば、 G は最終発芽率、 a は発芽の早さの示数、 b は発芽の集中度の示数として、そのまま比較に用いることができます。実際の作業としては、実験データをパソコンに打ち込んで「非線形最小自乗法」とよばれる計算をするためのプログラムを走らせるだけで、係数 G, a, b が求められます。そして、「20℃のときの a が1.2、15℃のときの a が0.8だから、20℃の方が発芽が早い」といったように、結果の比較ができます。

発芽曲線の理論は、一般の方々にはなじみの薄いものかもしれませんが、発芽データにこうした式をあてはめることによって、比較や発表がたいへん効率よく行えるようになります。機会があればぜひお試しください。